

1 Плоские кривые

ГКП-1, упр.1. Дана кривая

$$\gamma(t) = (x(t), y(t)) = (t^3 - 2t, t^2 - 2),$$

- Во всех ли точках она регулярна?
- Проверьте, лежат ли на её образе точки $(1; -1)$, $(4; 2)$, $(6; 1)$.
- Запишите неявное уравнение этой кривой.

ГКП-1, упр.2. Найдите репер Френе кривой $y = x^2 + 4x + 3$ в точках $-1, 0, 1$.

ГКП-1, упр.3. Составьте уравнение касательной и нормали к кривой $r(t) = (a \cos^3 t, a \sin^3 t)$ в точке t_0 .

ГКП-1, упр.4. Найдите порядок касания кривых $y = x^2$ и $x^2 + (y-1)^2 = 1$.

ГКП-1, упр.5. Найдите окружность, соприкасающуюся с данной окружностью $O = \{x^2 + y^2 = 1\}$ в точке $(1, 0)$.

ГКП-1, упр.6. Докажите формулу кривизны кривой γ с произвольной параметризацией:

$$\kappa = \frac{\det(\gamma', \gamma'')}{\|\gamma'\|^3}$$

ГКП-1, упр.7. Найдите кривизну кривой $\gamma(t) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t))$.

ГКП-1, упр.8*. Какие возможны значения полной (т.е. суммарной по всей длине) кривизны замкнутой кривой?

ГКП-1, упр.9*. Окружность радиуса r катится без скольжения внутри окружности радиуса $R > r$. Составьте уравнение траектории точки M катящейся окружности. Изобразите траекторию при $R = 2r$ и $R = 3r$.