

Повторение

ГКП-8, упр.1. найдите все такие функции f , при которых кривая

$$\gamma: t \mapsto (\cos t, \sin t, f(t))$$

является плоской.

ГКП-8, упр.2. Вычислите оператор формы в точке $(0, 0)$ геликоида

$$r: (u, v) \mapsto (u \cos v, u \sin v, v).$$

ГКП-8, упр.3. Докажите, что ограниченный цилиндр $\mathbb{S}^1 \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^3$ является многообразием с краем и найдите его край. (Требуется подробное доказательство!)

ГКП-8, упр.4. Пусть $\omega_1 \in \Lambda^1(\mathbb{R}^5)$, $\omega_2 \in \Lambda^2(\mathbb{R}^5)$, $\omega_3 = d(\omega_1 \wedge \omega_2)$, где $\omega_1 = x_1 dx_3 + x_2 dx_1 + x_3 dx_4$,

$$\omega_2 = x_1 dx_2 \wedge dx_3 + x_2 dx_3 \wedge dx_4 + x_3 dx_1 \wedge dx_2.$$

Найдите $\omega_3(e_1, e_2, e_3, e_4)$ в точке $(1, 0, 1, 0, 0)$.

ГКП-8, упр.5. (Формула Грина) Пусть $\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (x(t), y(t))$, — регулярная замкнутая кривая на плоскости, ограничивающая область U . Пусть $X = (P(x, y), Q(x, y))$ — векторное поле на плоскости. Докажите, что

$$\int_a^b \langle X, \gamma'(t) \rangle dt = \int_U \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy.$$