

## Вещественные пространства

1. В трёхмерном аффинном пространстве заданы две скрещивающиеся прямые  $l$  и  $r$ . Верно ли, что прямые  $(pq)$ , где  $p \in l, q \in r$ , заметают всё пространство?
2. Приведите пример конечномерного пространства  $V$  и трёх попарно трансверсальных (т.е. пересекающихся по началу координат) подпространств  $U, W, T \subset V$  таких, что  $\dim U + \dim W + \dim T = \dim V$ , но  $U + W + T \neq V$ .
3. Может ли пересечение положительного ортанта  $\{(x, y, z, t) \mid x, y, z, t \geq 0\} \subset \mathbb{R}^4$  с некоторой двумерной плоскостью быть квадратом?
4. Пусть  $\dim(U + V) = \dim(U \cap V) + 1$  для некоторых подпространств в  $\mathbb{R}^n$ . Обязательно ли  $U + V$  равно одному из подпространств  $U, V$ , а  $U \cap V$  — другому?
5. Опишите ГМТ в  $\mathbb{R}^3$ , равноудалённых от
  - а) двух скрещивающихся прямых,
  - б) двух точек и прямой, не лежащих в одной плоскости.
6. Два вектора в евклидовом пространстве лежат по одну сторону от данной гиперплоскости. Угол между векторами тупой. Верно ли, что угол между их ортогональными проекциями на гиперплоскость тоже тупой?

## Отображения

7. В какой трёхмерный многогранник перейдёт четырёхмерный единичный куб при факторизации  $\mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  по одномерному подпространству, порождённому суммой стандартных базисных векторов?
8. Чему равна композиция отражений векторного пространства относительно координатных гиперплоскостей?
9. Зафиксируем на аффинной плоскости две точки  $P \neq Q$ . Является ли аффинным отображением, переводящее каждую точку плоскости  $X$  в центр треугольника  $PQX$ ?
10. Чему равна композиция двух гомотетий аффинной плоскости (с разными центрами и коэффициентами)?