

Многогранники

1. Среди любых 5 точек общего положения на плоскости найдется выпуклый четырёхугольник.
2. Докажите для выпуклого многогранника, у которого V вершин, E рёбер и F граней, формулу Эйлера $V - E + F = 2$.
3. Докажите для произвольного многогранника с g ручками, у которого V вершин, E рёбер и F граней, докажите формулу Эйлера–Пуанкаре

$$V - E + F = 2 - 2g,$$

где g — это число *ручек* у многогранника.

4. Докажите, что многогранник, являющийся одновременно *простым* и *симплициальным*, — это либо симплекс, либо многоугольник.
5. Приведите пример непростого многогранника, *двойственного* самому себе.
6. Пусть P — правильный многогранник, и v — его вершина. Тогда все вершины, соединённые рёбрами с v , образуют правильный многогранник на единицу меньшей размерности.
7. Докажите, что многогранник, двойственный к правильному, также является правильным.