

Пространственные кривые

ГКП-2, упр.1. Найти кривизну и кручение в произвольной точке линии $(a \cos t, a \sin t, ht)$ (винтовая линия). При каком условии центр кривизны винтовой линии лежит на том же цилиндре, что и сама линия?

ГКП-2, упр.2. Доказать, что кривая $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$, где x, y, z — многочлены второй степени от t , плоская.

ГКП-2, упр.3. Доказать, что $(v, b, \dot{b}) = \pm \tau$.

Поверхности и риманова метрика

ГКП-2, упр.4. Вычислить первую квадратичную форму геликоида $r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av)$.

ГКП-2, упр.5. На поверхности $r(u, v) = (u(3v^2 - u^2 - 1/3), v(3u^2 - v^2 - 1/3), 2uv)$ найти угол между координатными линиями.

ГКП-2, упр.6*. Пусть первая квадратичная форма поверхности M с координатами (u, v) имеет вид:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & u^2 + a^2 \end{pmatrix}$$

Найти периметр криволинейного треугольника на этой поверхности, ограниченного кривыми $u = \pm \frac{1}{2}av^2$; $v = 1$.