

Правильные многогранники и группы симметрий

1. Опишите все группы порядка ≤ 6 и дайте каждой из них геометрическую интерпретацию.
2. Докажите, что если порядок подгруппы равен половине порядка группы (то есть эта подгруппа имеет индекс 2), то эта подгруппа нормальна.
3. Опишите все элементы группы изометрий (или симметрий) равностороннего треугольника, правильного тетраэдра, куба, додекаэдра и икосаэдра. Укажите порядки этих групп.
4. Найти минимальную систему образующих и указать определяющие соотношения для групп изометрий правильного тетраэдра и куба.
5. Опишите все нетривиальные нормальные подгруппы групп изометрий равностороннего треугольника и правильного тетраэдра.
6. Опишите фундаментальные области группы симметрий куба, икосаэдра и правильного тетраэдра.
7. Найти все замощения плоскости правильными многоугольниками.
8. Найти все замощения пространства правильными многогранниками.